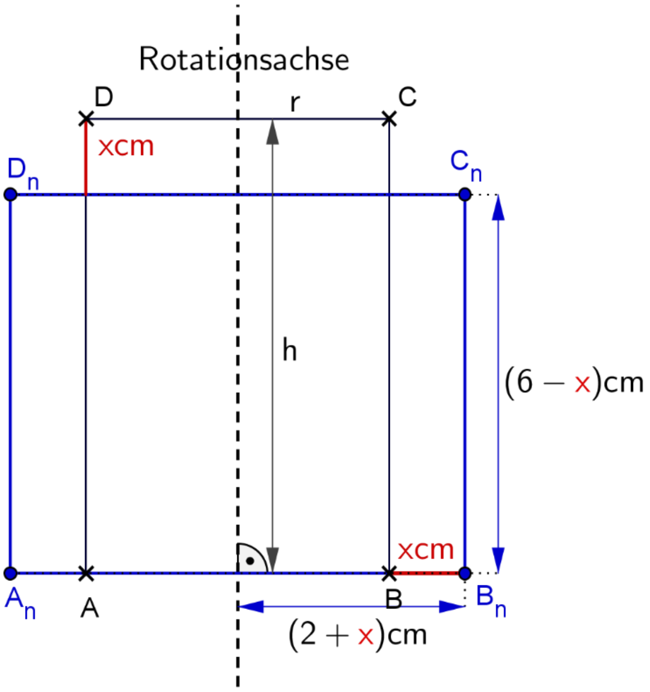
Lösung

Das Rechteck a BCD mit $\overline{As} = 4cm$ und $\overline{BC} = 6cm$ rotiert am die Mittelsenkrechte zu [AB].
Es entstehen neue Zylinder, wenn man [AB] über A und B hinaus um xcm verlängert und gleichteitig [AD] von D aus um x cm verkürzt.



$$M = 2 \cdot (2 + x) \cdot \pi \cdot (6 - x)\ cm^2$$

$$M = 2 \cdot \pi \cdot (12 - 2x + 6x - x^2)\ cm^2$$

$$M = \pi \cdot (-2x^2 + 8x + 24)\ cm^2$$

Für welchen Wert von x besitzen die neuen Zylinder die maximale Mantelfläche?

Ich betrachte dazu

$$T(x) = -2x^2 + 8x + 24$$

$$T(x) = -2 \cdot \left[x^2 - 4x\right] + 24$$

$$T(x) = -2 \cdot \left[(x^2 - 4x + 2^2) - 2^2\right] + 24$$

$$T(x) = -2 \cdot \left[(x - 2^2) - 4\right] + 24$$

$$T(x) = -2 \cdot (x - 2)^2 + 32$$

$$\Rightarrow\ M_{max} = 32\pi\ cm^2 \text{ für } x = 2$$

Bestimme x, so dass die zugehörige Mantelfläche $27.5\pi\ cm^2$ beträgt.

$$\pi \cdot \left(-2x^2 + 4x + 24\right) = 27.5\pi \qquad | : \pi$$

$$\Leftrightarrow -2x^2 + 4x + 24 = 27.5 \qquad | - 27.5$$

$$\Leftrightarrow\ -2x^2 + 8x - 3.5 = 0$$

$$\Leftrightarrow\ x_{1/2} = \frac{-8 \pm \sqrt{36}}{-4}$$

a = -2
b = 8
c = -3.5

$$D = 64 - 4 \cdot (-2) \cdot (-3.5)$$

$$D = 36$$

$$\Leftrightarrow\ x = 0.5 \quad \vee \quad x = 3.5$$

$$\mathbb{L} = \{0.5\ ;3.5\}$$