**Aufgabe 2:**

2.0 Einem Dreieck ABC mit A(-10|0), B(2,5|0) und C(0|5) werden Dreiecke $PQ_nR_n$ einbeschrieben, deren gemeinsamer Eckpunkt P(0|0) ist. Die Seiten $[Q_nR_n]$ der einbeschriebenen Dreiecke verlaufen parallel zu [AB]. Die Punkte $F_n$ sind die Fußpunkt der Höhen $\overline{PF_n}$ = x cm von P auf $[Q_nR_n]$.

2.1 Zeichne das Dreieck ABC und für $x_1 = 2$ das Dreieck $PQ_1R_1$ in ein Koordinatensystem ein.
[Für die Zeichnung: Längeneinheit 1cm; $-11 \leqq x \leqq 3$ ; $-1 \leqq y \leqq 6$ ]

2.2 Für welche Werte x sind Dreiecke $PQ_nR_n$ möglich.

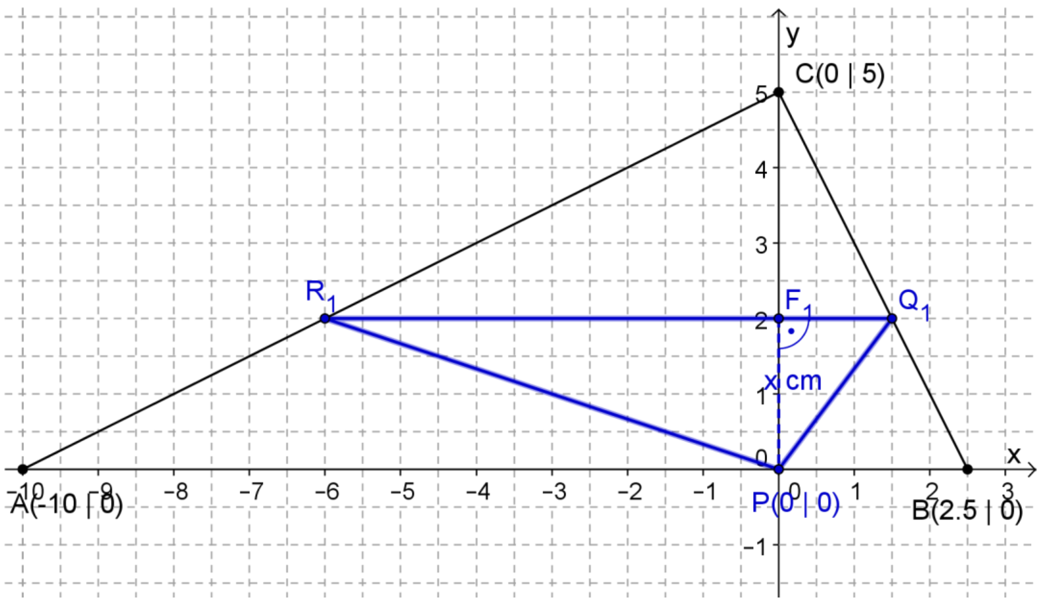
2.3 Bestimme $\overline{Q_1R_1}$ und anschließend den Flächeninhalt $A_1$ des Dreieck $PQ_1R_1$.

2.4 Bestimme $\overline{Q_nR_n}(x)$ und anschließend den Flächeninhalt A(x) der Dreiecke $PQ_nR_n$ in Abhängigkeit von x.
[Ergebnis: A(x) = $(-1{,}25x^2 + 6{,}25)$ FE}

2.5 Für welche Werte von x erhält man Dreiecke mit dem Flächeninhalt von 5 FE?

2.6 Bestimme den maximalen Flächeninhalt $A_{max}$ der Dreiecke und gib die Koordinaten der zugehörigen Punkte $F_0$, $Q_0$ und $R_0$ an.

2.7 Ist das Dreieck mit dem maximalen Flächeninhalt ein rechtwinkliges Dreieck?
Begründe durch Rechnung.



### *Aufgabe 2.2*

$0 < x < 5 \quad \text{und} \quad x \in \mathbb{R}^+$

### *Aufgabe 2.3*

$$F_1(0|2)$$

$$\frac{\overline{Q_1R_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CF_1}}{\overline{CP}} \quad \text{wobei} \quad \overline{CF_1} = (5-2)\text{ cm}$$

$$\frac{\overline{Q_1R_1}}{12,5\text{ cm}} = \frac{3\text{ cm}}{5\text{ cm}}$$

$$\overline{Q_1R_1} = 7,5\text{ cm}$$

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot \overline{Q_1R_1} \cdot \overline{PF_1}$$

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot 7,5 \cdot 2\text{ cm}^2 = \underline{7,5\text{ cm}^2}$$

### *Aufgabe 2.4*

$$F_n(0|x)$$

$$\frac{\overline{Q_nR_n}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CF_n}}{\overline{CP}} \quad \text{wobei} \quad \overline{CF_n} = (5-x)\text{ cm}$$

$$\frac{\overline{Q_1R_1}}{12,5\text{ cm}} = \frac{(5-x)\text{ cm}}{5\text{ cm}}$$

$$\overline{Q_1R_1} = \frac{12,5\text{ cm}}{5\text{ cm}} \cdot (5-x)\text{ cm}$$

$$\overline{Q_nR_n} = (\text{-}2,5x \ + 12,5)\text{ cm}$$

$$A(x) = \frac{1}{2} \cdot \overline{Q_nR_n} \cdot \overline{PF_n}$$

$$A(x) = \frac{1}{2}(-2,5x + 12,5) \cdot x\text{ cm}^2$$

$$A(x) = \underline{(-1,25x^2 + 6,25x)\text{ cm}^2}$$

### *Aufgabe 2.5*

$$-1,25x^2 + 6,25x = 5$$

$$\Leftrightarrow -1,25x^2 + 6,25x - 5 = 0$$

$$\left|\begin{array}{l} a = -1,25 \\ b = 6,25 \\ c = -5 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow x_{1/2} = \frac{-6,25 \pm \sqrt{14\,\frac{1}{16}}}{-2,5}$$

$$D = 6,25^2 - 4 \cdot (-1,25) \cdot (-5)$$

$$D = 14\,\frac{1}{16}$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \quad \vee \quad x = 4$$

$$\mathbb{L} = \{1\,;\,4\}$$

### *Aufgabe 2.6*

Ich betrachte dazu

$$
\begin{aligned}
T(x) &= -1,25x^2 + 6,25x \\
&= -1,25 \cdot [x^2 - 5x] \\
&= -1,25 \cdot [(x^2 - 10x + 2,5^2) - 2,5^2] \\
&= -1,25 \cdot [(x - 2,5)^2) - 6,25] \\
&= -1,25 \cdot (x - 2,5)^2) + 7\,\frac{13}{16}
\end{aligned}
$$

$\Rightarrow A_{max} = 7\,\frac{13}{16}$ FE für $x = 2,5$

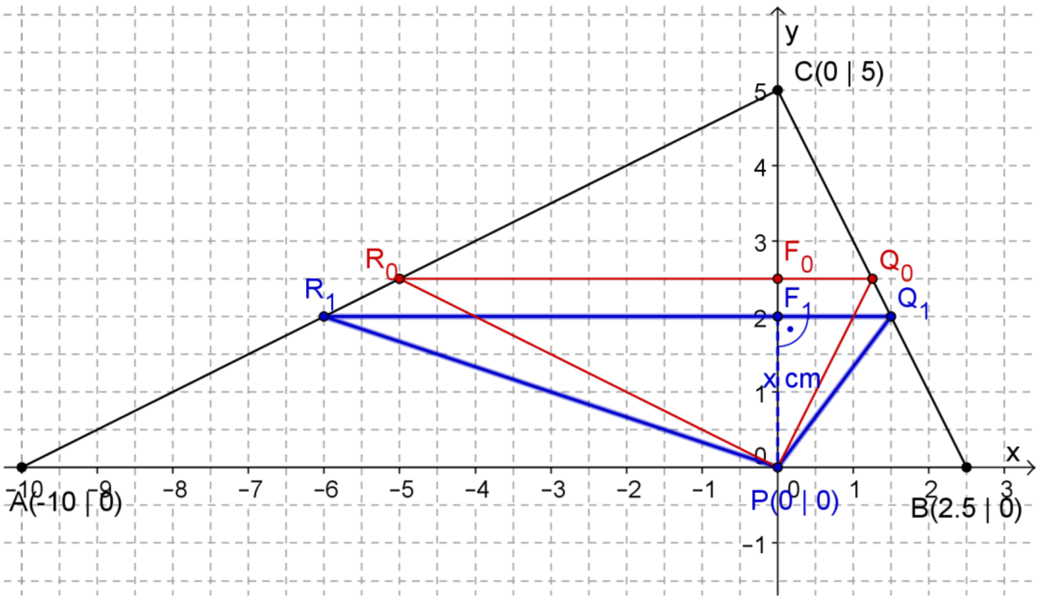
$F_0\ (0|2,5)$ ist der Mittelpunkt der Strecke [PC]

$\Rightarrow Q_0$ ist der Mittelpunkt der Strecke [BC]

und $R_0$ ist der Mittelpunkt der Strecke [AC]

$$\Rightarrow Q_0\left(\frac{0+2,5}{2} \,\middle|\, \frac{5+0}{2}\right) = Q_0(1,25|2,5)$$

$$\Rightarrow R_0\left(\frac{-10+0}{2} \,\middle|\, \frac{0+5}{2}\right) = R_0(-5|2,5)$$




### *Aufgabe 2.7*

$$\overrightarrow{PR_0} = \begin{pmatrix} -5-0 \\ 2,5-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 2,5 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow m_{PR_0} = \frac{2,5}{-5} = -\frac{1}{2}$$

$$\overrightarrow{PQ_0} = \begin{pmatrix} 1,25-0 \\ 2,5-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,25 \\ 2,5 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow m_{PQ_0} = \frac{2,5}{1,25} = 2$$

$$m_{PR_0} \cdot m_{PQ_0} = 2 \cdot (-\frac{1}{2}) = -1$$

$\Rightarrow PR_0 \perp PQ_0$

$\Rightarrow$ Das Dreieck $PQ_0R_0$ ist rechtwinklig.